

# 数値解析 (塩田)

— クッタの 3/8 公式 —

## 問題設定

$f(x, y)$  を与えられた関数とするとき、微分方程式

$$y'(x) = f(x, y(x))$$

を初期条件  $y(x_0) = y_0$  のもとで数値的に解きたい。

## 方針

- $x$  の刻み幅  $h$  を決め、 $x_n = x_0 + n \times h$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおく。
- $y(x_n)$  の近似値を  $y_n$  と書くこととし、順番に  $y_n$  から  $y_{n+1}$  の値を推定してゆく。

## クッタの 3/8 公式

$$f = f(x_n, y_n),$$

$$\hat{y} = y_n + \frac{h}{3} \times f,$$

$$\hat{f} = f\left(x_n + \frac{h}{3}, \hat{y}\right),$$

$$\tilde{y} = y_n - \frac{h}{3} \times f + h \times \hat{f},$$

$$\tilde{f} = f\left(x_n + \frac{2h}{3}, \tilde{y}\right),$$

$$\bar{y} = y_n + h \times (f - \hat{f} + \tilde{f}),$$

$$\bar{f} = f(x_n + h, \bar{y})$$

をこの順に求めて

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{8} \times (f + 3\hat{f} + 3\tilde{f} + \bar{f}) \quad (n = 0, 1, \dots)$$

とおく。