

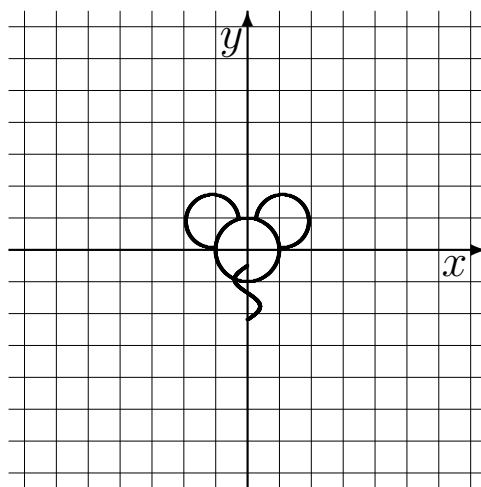
数値解析（塩田）

— 固有値・固有ベクトルのありがたみ —

問 次のネズミの絵を、行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ による一次変換

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

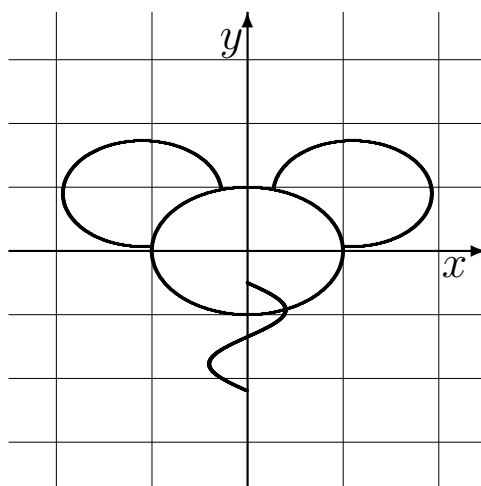
で変換したらどんな絵になるか？



例 1 $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ のとき

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x \\ 2y \end{pmatrix}$$

ゆえ、 x 軸方向には 3 倍して左右を逆転させ、 y 軸方向には 2 倍した絵を描けば良い。図のように升目を描けばわかり易い。



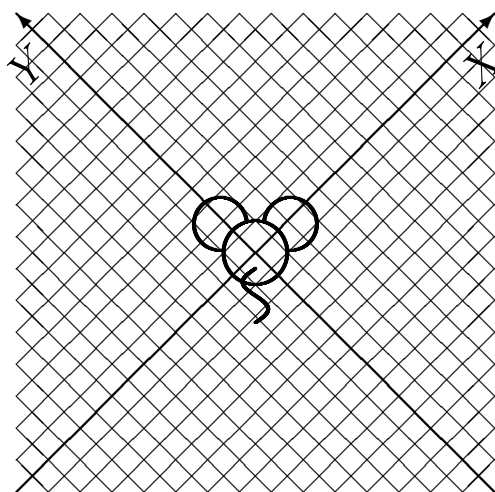
例2 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ のとき

A の固有値・固有ベクトルを求めると、

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

である。これは、この一次変換が絵を $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 方向に4倍、 $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 方向には2倍することを意味する。

そこで v_1 方向に X 軸を、 v_2 方向に Y 軸を描いて XY 座標系で升目を描く。



升目を X 軸方向に4倍、 Y 軸方向に2倍した絵を描くとこのようになる。

