

アルゴリズム論特論 (塩田)

2013年4月25日 mod 3 の計算を用いた解答

可能な手 v_0, v_1, \dots, v_4 を並べた行列を

$$A = (v_0 \ v_1 \ \dots \ v_4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

とおくと

$$A^{-1} \bmod 3 = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{mod 3 で掃き出し法を用いても良いし、実数で} \\ A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{を計算しておいて } -1 = 2, \quad \frac{1}{2} = 2 \text{ を用いても良い。} \end{array} \right)$$

そこで、初期状態を表すベクトルを

$$w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とすれば、 v_j を使う回数 c_j は

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = -A^{-1}w = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

で求められる。