応用線形代数演習 I（塩田教官）　　1999 年 6 月 21 日のレポート

学生番号　　　　　　　　氏名

【例題 1】$\mathbf{R}^3$ のベクトルの組 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ は一次独立であることを示せ。

【定義に沿った解答】

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 \\ c_1 + 2c_2 \\ c_1 + 3c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

とする。第 1・第 2 成分を見れば $c_1 + c_2 = 0,\ c_1 + 2c_2 = 0$. これを解くと $c_1 = c_2 = 0$ となるので。

【例題 2】$\mathbf{R}^2$ のベクトルの組 $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ は一次従属であることを示せ。

【定義に沿った解答】

$c_1 = 2,\ c_2 = -1$ として $c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 = \mathbf{0}$ が成り立つので。

【定理 C を用いた解答】

$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} = 0$ ゆえ。

【問題 1】次のベクトルの組が一次独立であるか一次従属であるか、それぞれ理由を付けて述べよ。

(1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3$

(2) $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3$

(3) $\boldsymbol{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^4$

【問題 2】 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z} \in \mathbf{R}^n$ とするとき、ベクトルの組

$$\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}, \quad \boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{z}, \quad \boldsymbol{a}_3 = \boldsymbol{z} - \boldsymbol{x}$$

は一次独立か一次従属か？