

学生番号

氏名

【問題 1】 貴方の学生番号の下 1 けたを a とする。3 次行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ の固有多項式を Frame 法を用いて求めよ。

【問題 2】 3 次実対称行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ を直交行列によって対角化せよ。

【ヒント】 (1) 先ず $\Phi_A(t) = (t+3)^2(t-6)$ であることを確認せよ。これより固有値は $-3, -3, 6$ となる。

(2) 固有空間 $V(-3)$ を計算すると $V(-3) = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| 2x + 2y + z = 0 \right\}$ となる。これは平面 (2 次元) なので基底ベクトルをふたつ $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ 適当に求め、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$ にグラム-シュミットの直交化法を実行して $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ とする。

(実は $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ と取ると答えが奇麗になる。)

(3) $V(6)$ は直線なので長さ 1 の方向ベクトルを選び \mathbf{v}_3 とする。

(4) $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ を合わせて 3 次行列 $P = (\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_3)$ を作ると P が A を対角化する直交行列となる。

【解答欄】