

学生番号	氏名
------	----

【問題 1】 貴方の学生番号の下1けたを  $a$  とする。3次行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$  の固有多項式を Frame 法を用いて求めよ。

【問題 2】 3次実対称行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$  を直交行列によって対角化せよ。

【ヒント】 (1) 先ず  $\Phi_A(t) = (t+3)^2(t-6)$  であることを確認せよ。これより固有値は  $-3, -3, 6$  となる。

(2) 固有空間  $V(-3)$  を計算すると  $V(-3) = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid 2x + 2y + z = 0 \right\}$  となる。これは平面 (2 次元) なので基底ベクトルをふたつ  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$  適当に求め、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$  にグラム-シュミットの直交化法を実行して  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  とする。  
( 実は  $\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  と取ると答えが奇麗になる。 )

(3)  $V(6)$  は直線なので長さ 1 の方向ベクトルを選び  $\mathbf{v}_3$  とする。

(4)  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  を合わせて 3次行列  $P = (\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_3)$  を作ると  $P$  が  $A$  を対角化する直交行列となる。

【解答欄】