応用線形代数演習 I (塩田教官)　　1998 年 6 月 19 日のレポート

学生番号　　氏名

【例題】 3 次行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ の余因子行列を計算し、正則ならば逆行列を求めよ。

【解】 $\tilde{a}_{11} = +\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6$, $\tilde{a}_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -9$, $\tilde{a}_{13} = +\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 3$. 同様に $\tilde{a}_{21} = 2$, $\tilde{a}_{22} = 3$, $\tilde{a}_{23} = -1$, $\tilde{a}_{31} = -4$, $\tilde{a}_{32} = 6$, $\tilde{a}_{33} = 2$. 従って

$$\tilde{A} = (\tilde{a}_{ji}) = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -4 \\ -9 & 3 & 6 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

すると $A\tilde{A} = 12E$ ゆえ A は正則で、

$$A^{-1} = \frac{1}{12}\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ -3/4 & 1/4 & 1/2 \\ 1/4 & -1/12 & 1/6 \end{pmatrix}$$

【問題 1】 あなたの学生番号の末尾の数字を a と置くとき、3 次行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ a & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ の余因子行列を計算し、正則ならば逆行列を求めよ。

【問題 2】 クラメルの公式を用いて次の連立方程式を解け。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

【問題 3】 n 次正則行列 A について　$\widetilde{A^{-1}} = (\tilde{A})^{-1}$　が成り立つことを示せ。