

学生番号 _____ 情 _____ 氏名 _____

【問題 1】 3 次行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ に対して次の行基本変形を行え。

(1) 2 行目と 3 行目を入れ替えよ。

(2) 1 行目を 2 倍せよ。

(3) 1 行目から 2 行目の 2 倍を引け。

【問題 2】 3 次行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ に対して左から次の基本行列を掛けよ。

(1) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(2) $Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(3) $R = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

【例題】 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ に行基本変形を施して階段行列にせよ。

【方針】 (1) 変形 (Ⅱ) または (Ⅲ) を用いて 1 列目に 1 を作り出す：

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ \underline{1} & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3 \text{ 行目から } 1 \text{ 行目を引いた})$$

(2) 必要なら変形 (Ⅰ) を用いて (1) の 1 を 1 行目に持ってくる：

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \underline{1} & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ 行目と } 3 \text{ 行目を入れ換えた})$$

(3) 変形 (Ⅲ) を用いて 1 列目の 2 行目以下の数を 0 にする：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \underline{0} & -1 & 1 \\ \underline{0} & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} (2 \text{ 行目} \cdot 3 \text{ 行目からそれぞれ} \\ 1 \text{ 行目の } 2 \text{ 倍を引いた}) \end{array}$$

(4) 以下 2 列目・2 行目以降についても同様の作業を行なう：

$$\left(\begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 \end{array} \right) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{c|cc} \boxed{1} & 2 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

【問題 3】 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ に行基本変形を施して階段行列にせよ。またその階数を述べよ。