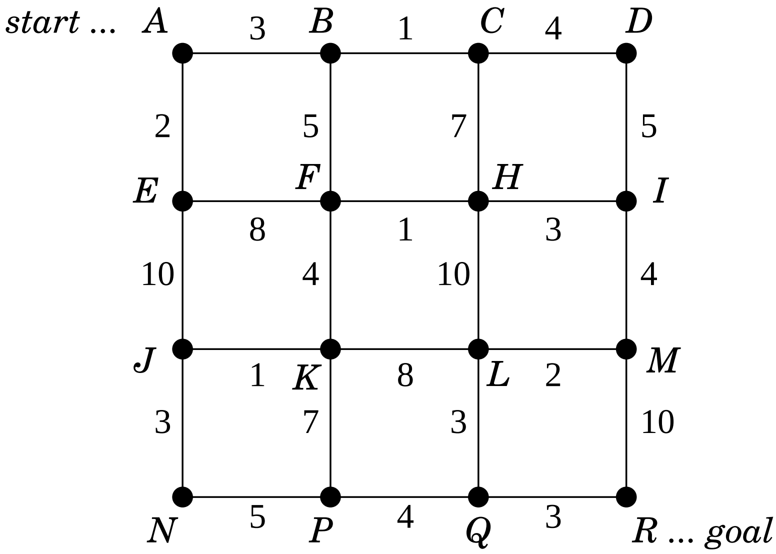
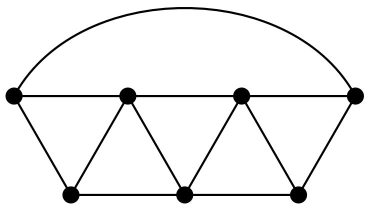
組合せとグラフの理論　(塩田)　　2020 年度 学期末レポート

学籍番号　　　　　　　　　　　　　氏名

【1】 次の重み付きグラフにおいて、左上の頂点 A から右下の頂点 R への最短路を求め図に書き込め。



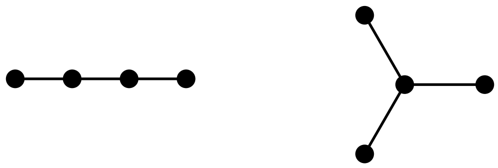
【2】 次のグラフ G の彩色数 $\chi(G)$ を求めよ。



学籍番号　　　　　　　　　　　　　　　　氏名

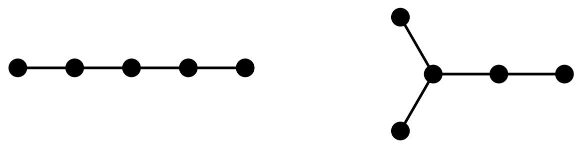
【3】 次の文章を読んで以下の問いに答えよ。

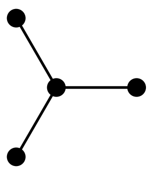
頂点数 4 の木は同型の意味で次の 2 種類しかない。

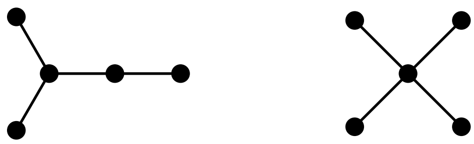


頂点数 5 の木は、頂点数 4 の木に頂点を 1 個付加して、既存の頂点のいずれかと隣接させたものであるから、対称性を考慮すると次の可能性しかない。

(a)  に 1 頂点を付加したものは次の 2 種類：



(b)  に 1 頂点を付加したものは次の 2 種類：



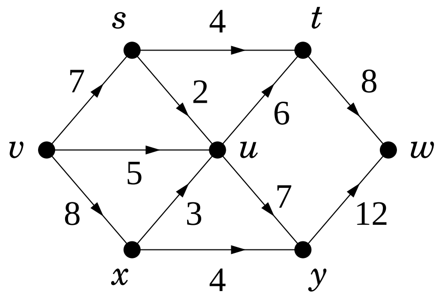
このうち重複しているものを省けば、頂点数 5 の木は 3 種類であることがわかる。

(1) 頂点数 6 の木は同型の意味で 6 種類ある。それらを全て図示せよ。

(2) 上の 6 種類の木のうち完全マッチングを持つものはどれか。

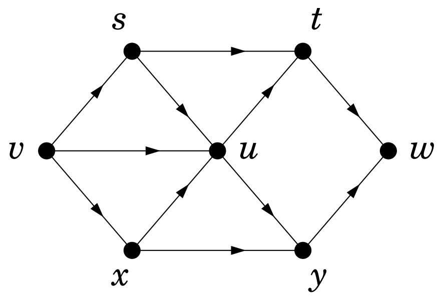
学籍番号　　　　　　　　　　　　　氏名

【**4**】 v を入口、w を出口とする次のネットワーク N



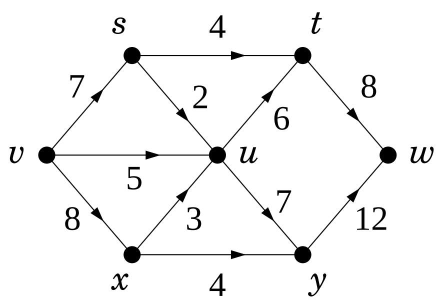
について、N の最大フロー φ, φ の値、最小カット $K = (S, \overline{S})$ を答えよ。

最大フロー φ



最大フロー φ の値 $=$

最小カット $K = (S, \overline{S})$



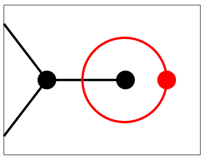
学籍番号 氏名

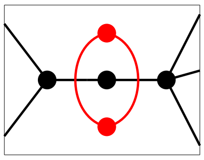
【5】 G は頂点数 5 の連結単純平面グラフとし、その幾何学的双対グラフ G^* と同型であるとする。

(1) G の辺は 8 本であることを示せ。

(2) G の 5 つの頂点の次数の和はいくつか。

(3) もし G が次数 1 の頂点を持てば G^* はループを持ち、またもし G が次数 2 の頂点を持てば G^* は二重辺を持つことになり、いずれも G が単純グラフである条件に反する。





このことから G の 5 つの頂点の次数は 4, 3, 3, 3, 3 であることを示せ。

(4) G は車輪グラフ W_5 と同型であることを示せ。