【1】 次の行列はいずれも頂点数 5 の単純無向グラフの隣接行列である。それぞれどのグラフの隣接行列であるか、下記の選択肢 (a) 〜 (h) から選んで記号で答えよ。

(1) $\begin{pmatrix} 0&1&0&1&1\\ 1&0&1&0&1\\ 0&1&0&1&1\\ 1&0&1&0&1\\ 1&1&1&1&0 \end{pmatrix}$　(2) $\begin{pmatrix} 0&1&1&1&1\\ 1&0&1&1&1\\ 1&1&0&1&1\\ 1&1&1&0&1\\ 1&1&1&1&0 \end{pmatrix}$　(3) $\begin{pmatrix} 0&0&1&1&1\\ 0&0&1&1&1\\ 1&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&0\\ 1&1&0&0&0 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ 1&0&0&1&0\\ 0&0&0&1&1\\ 0&1&1&0&0\\ 0&0&1&0&0 \end{pmatrix}$　(5) $\begin{pmatrix} 0&1&0&1&0\\ 1&0&1&0&1\\ 0&1&0&1&0\\ 1&0&1&0&1\\ 0&1&0&1&0 \end{pmatrix}$　(6) $\begin{pmatrix} 0&0&1&1&0\\ 0&0&0&1&1\\ 1&0&0&0&1\\ 1&1&0&0&0\\ 0&1&1&0&0 \end{pmatrix}$

選択肢：

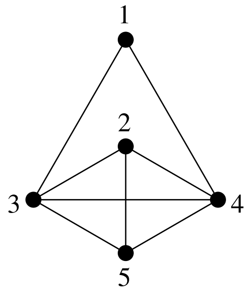
(a) 閉路グラフ C_5　(b) 完全グラフ K_5　(c) 星グラフ $K_{1,4}$
(d) 完全二部グラフ $K_{2,3}$　(e) ピータスングラフ
(f) 空グラフ N_5　(g) 道グラフ P_5　(h) 車輪グラフ W_5

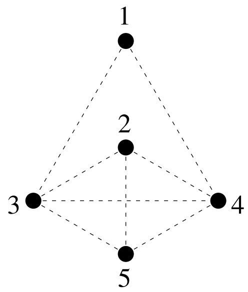
解答欄：

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

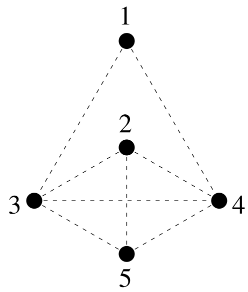
【**2**】左下図のグラフについて、1 を根とする幅優先探索木、深さ優先探索木をそれぞれ解答欄へ図示せよ。(幅優先探索では、探索点の隣接点のうち、未探索なものを番号の若い順にキューに追加してゆく。深さ優先探索では、探索点の隣接点のうち、未探索で番号の最も若いものへ進む。)

解答欄：





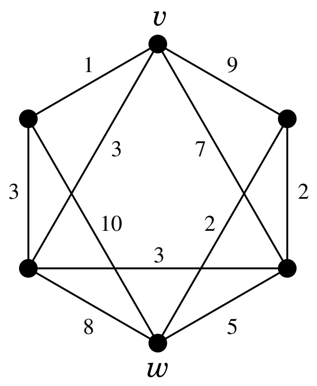
幅優先探索木



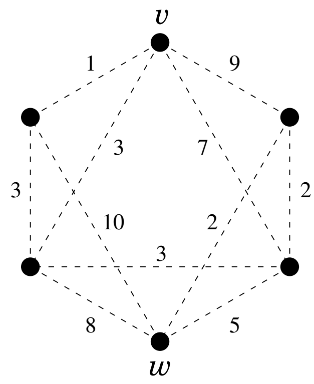
深さ優先探索木

【**3**】次の重み付きグラフ G において、v から w への最短路を解答欄に描き込め。

G :

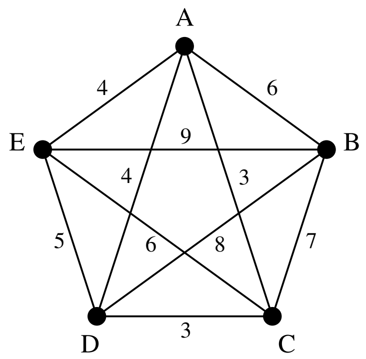


解答欄：

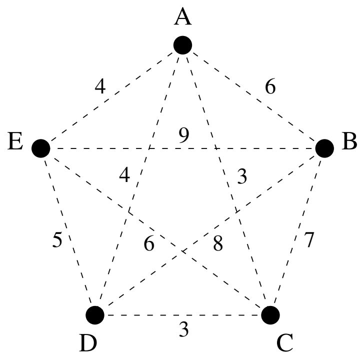


【4】 次の重みつきグラフ G の最小連結子（重み最小の全域木）を解答欄に描き込め。

G :

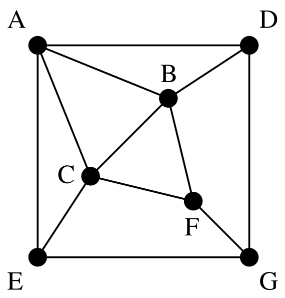


解答欄：

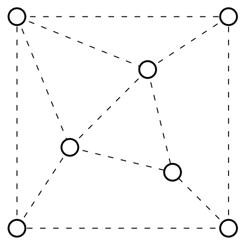


【5】 (1) 次の平面グラフ H の幾何学的双対グラフ H^* を解答欄に描き込め。

H :

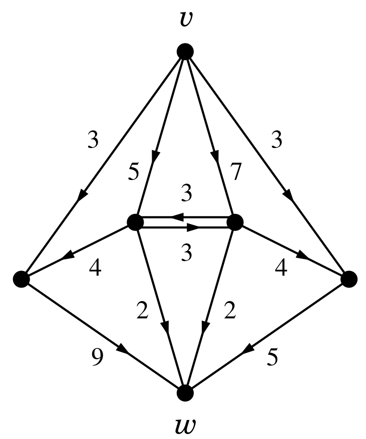


解答欄 H^*:

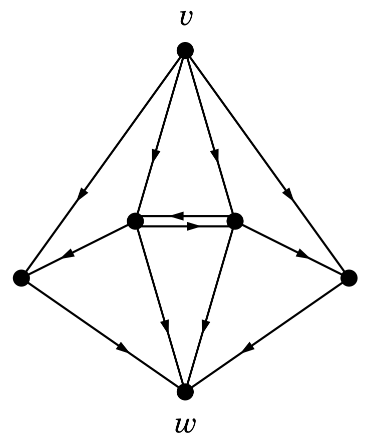


(2) H と H^* は同型である。解答欄の頂点に A〜G の名前を書き込んで隣接関係が H と等しくなるようにせよ。

【6】右図のネットワーク N の最大フロー φ をひとつ求め、解答欄の各弧 a に $\varphi(a)$ の値を書き入れよ。また、最大フローの値を答えよ。ただし、v を入口、w を出口とする。



解答欄：



最大フロー φ の値：

【7】 頂点数 6 の連結単純無向グラフで、それぞれ次の性質を持つものをひとつずつ答えよ。（図示でも名称でも良い。）

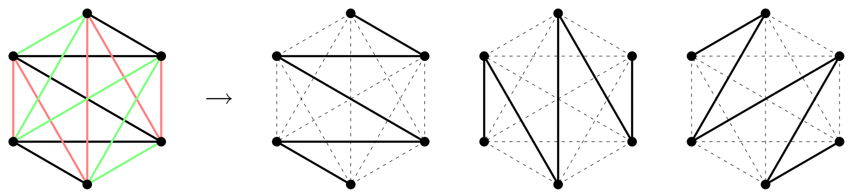
(1) 連結度、辺連結度がどちらも 3 である。

(2) 辺数は 12 で平面的である。

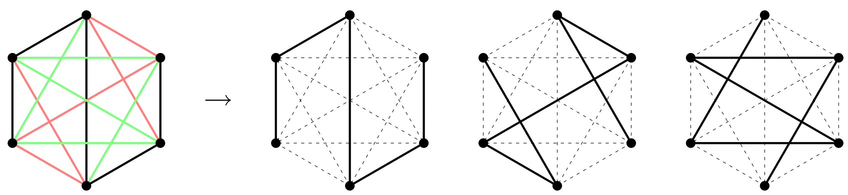
(3) K_4 を部分グラフとして含まないが、彩色数は 4 である。

【8】 6 頂点の完全グラフ K_6 は次のようにいくつかの全域木に分解することができる：

分け方その 1:



分け方その 2:



(問題は右上に続く。)

(1) K_4 をいくつかの全域木に分解せよ。（ひととおりで良い。）

(2) 連結な単純正則グラフ G がいくつかの全域木に分解できるとき、G は頂点数が偶数の完全グラフである。このことを次の手順に従って示せ。

(a) G の頂点数を n、分解した全域木の個数を k とするとき、G の辺数を n と k の式で表せ。

(b) さらに G の頂点の次数を r とするとき、G の辺数を n と r の式で表せ。

(c) k を n と r の式で表せ。

(d) n と $n-1$ が互いに素であることをヒントに、$r = n-1$ かつ n は偶数であることを示せ。