

学籍番号

氏名

【1】 次の行列はいずれも頂点数6の単純無向グラフの隣接行列である。それぞれのグラフの隣接行列であるか、下記の選択肢 (a) ~ (i) から選んで記号で答えよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(5) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(6) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

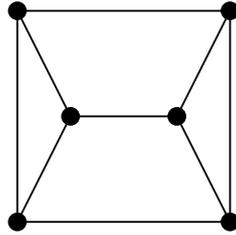
選択肢 :

- (a) 空グラフ N_6 (b) 完全グラフ K_6 (c) 星グラフ ~~$K_{1,4}$~~ $K_{1,5}$
 (d) 道グラフ P_6 (e) 閉路グラフ C_6 (f) 完全二部グラフ $K_{2,4}$
 (g) 車輪グラフ W_6 (h) 正八面体グラフ (i) 完全二部グラフ $K_{3,3}$

解答欄 :

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
b	d	i	c	g	h

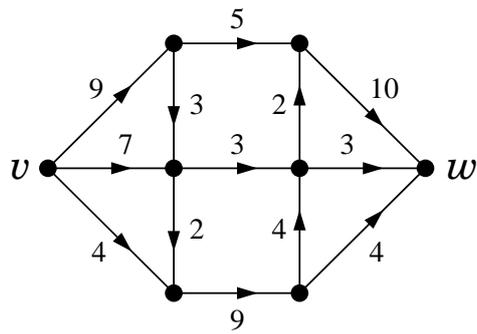
【2】 次の単純無向グラフの連結度と辺連結度を答え、頂点数最小の分離集合と、辺数最小の非連結化集合の例をそれぞれひとつ図に書き込め。



解答欄：

連結度	辺連結度
3	3
頂点数最小の分離集合の例	辺数最小の非連結化集合の例

【3】 v を入口、 w を出口とする次のネットワーク N について、最大フローの例と最小カットの例をそれぞれひとつ図示し、最大フロー値を答えよ。



解答欄：

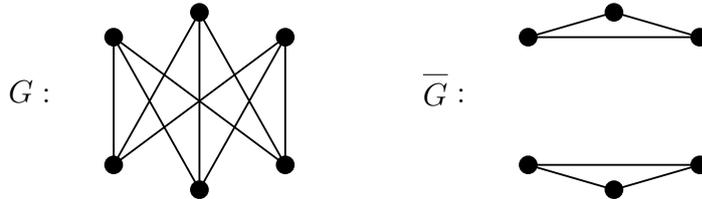
最大フローの例	
最小カットの例	
最大フロー値	14

【4】 頂点数 6 の単純無向グラフ G で、2 条件

- (1) G の彩色数 $\chi(G)$ は 2
- (2) G の補グラフの彩色数 $\chi(\overline{G})$ は 3

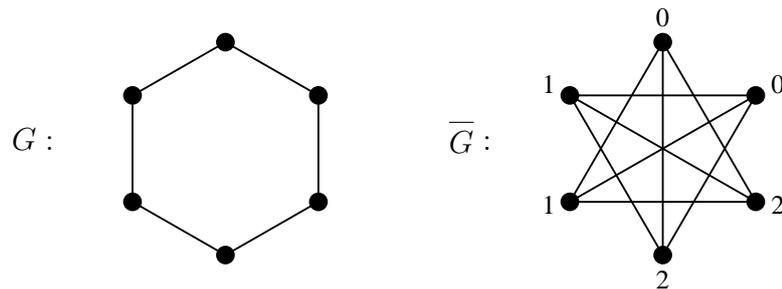
をともに満たすものをひとつ答え、条件 (1), (2) を満たす理由をそれぞれ述べよ。

例 1 $G = K_{3,3}$



- (1) $K_{3,3}$ は空でない二部グラフゆえ $\chi(G) = 2$.
- (2) $\overline{G} \cong K_3 \cup K_3$ ゆえ $\chi(\overline{G}) = \chi(K_3) = 3$.

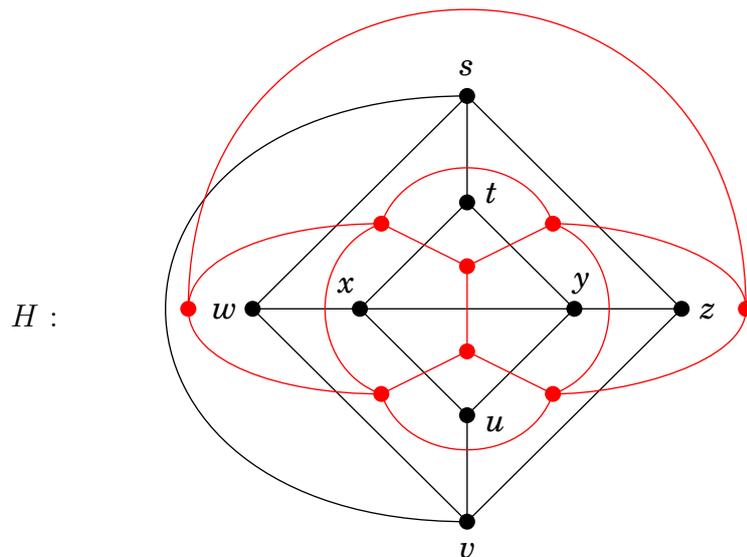
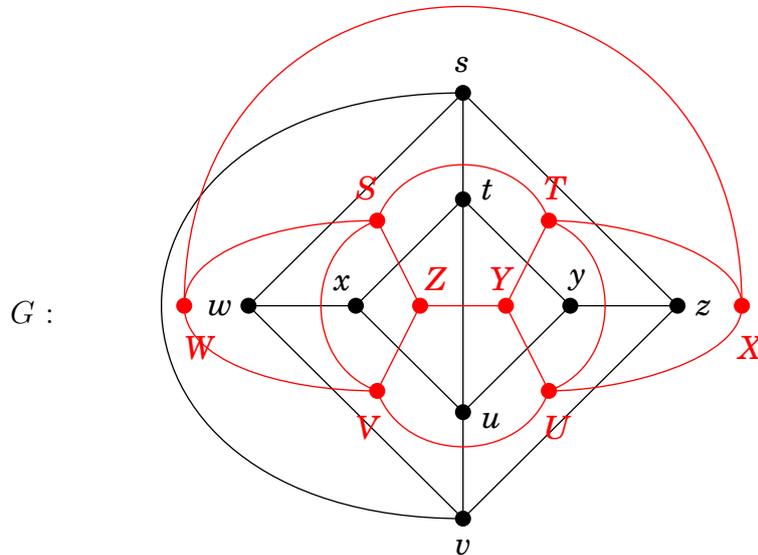
例 2 $G = C_6$



- (1) C_6 は偶数長の閉路グラフゆえ $\chi(G) = 2$.
- (2) \overline{G} は K_3 を含むので $\chi(\overline{G}) \geq 3$ であり、実際に図のように 3 色で点彩色可能。

【5】 平面グラフは、その幾何学的双対グラフと同型になるとき「自己双対である」という。

次の2つの平面グラフ G, H は、一方が自己双対で、他方は自己双対ではない。いずれが自己双対で、いずれが自己双対でないかを述べよ。また、それぞれ自己双対である理由、自己双対でない理由を述べよ。



それぞれの双対グラフを赤色で示す。

G^* の頂点を図のように名付けると、 G の小文字名の頂点と G^* の大文字名の頂点を対応付けることにより隣接関係が一致する。従って G は自己双対である。

一方、 H では次数4の4個の頂点は s と v, x と y のみが隣接しているのに対し、 H^* では次数4の4個の頂点が C_4 の形で隣接している。従って H は自己双対ではない。