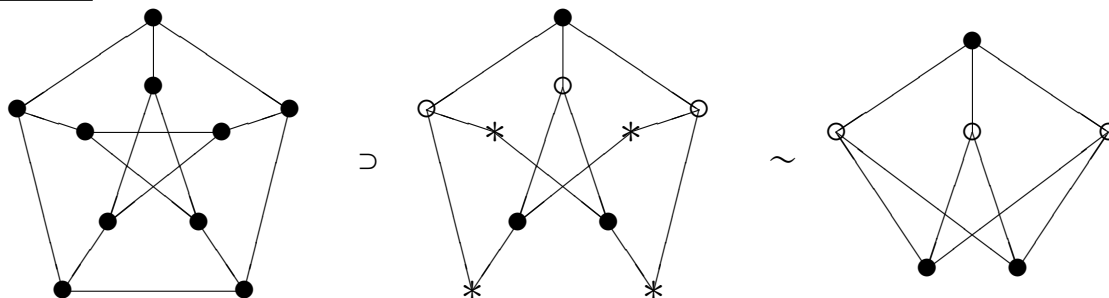


# 組合せとグラフの理論 (塩田)

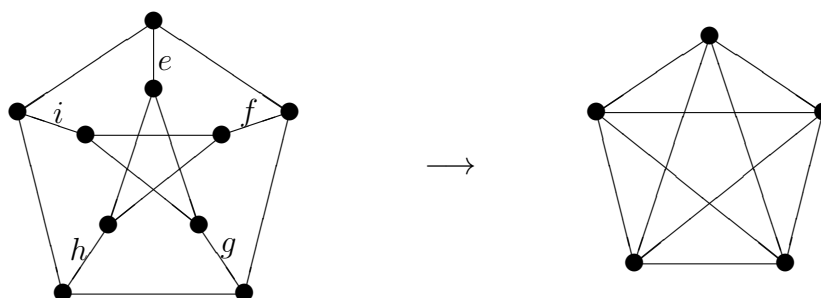
— ペテルセングラフが平面的でないことの証明 —

## 第1の証明



部分グラフが  $K_{3,3}$  に位相同型ゆえ。

## 第2の証明



5本の辺  $e, f, g, h, i$  で縮約すると  $K_5$  ができるので。

## 第3の証明

ピータスグラフでは

$$\text{頂点数 } n = 10, \quad \text{辺数 } m = 15$$

平面的だとして

$$\text{面数} = f$$

とおくと、オイラーの公式より

$$n - m + f = 2$$

$$\therefore f = 7$$

しかしピータスグラフには三角形も四角形も無いので

$$f \leq \frac{2m}{5} = 6$$

矛盾。