

組合せとグラフの理論 (塩田)

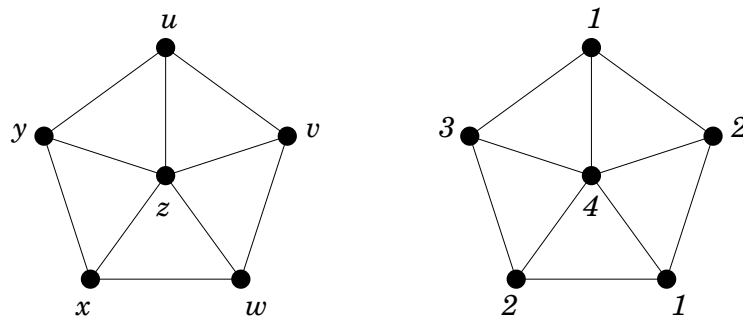
— グラフの彩色 —

スケジュール調整問題と彩色問題の関係

問 次の表のように 10 人のメンバー A, B, \dots, J が 6 つの委員会 u, v, \dots, z に所属しているとする。各委員にとって会議が重ならないように、最小のコマ数で 6 つの委員会の時間帯を設定せよ。

委員会	構成員
u	$A \ B \ C \ D \ E$
v	$C \ D \ E \ F \ G$
w	$F \ G \ H \ I$
x	$H \ I \ J$
y	$A \ B \ J$
z	$A \ B \ C \ E \ G \ H \ I \ J$

解 委員会を頂点とし、構成員を共有する委員会同士を辺で結んだグラフを考える。構成員を共有する委員会を同時に開くことができない、ということが、丁度このグラフで点彩色を考えることに該当する。



このグラフの彩色数は 4 であることがわかり、実際に右図のように 4 色で点彩色できる。従ってこの 6 つの委員会は 4 コマで設定できる。

(z を除去すると C_5 になるので、 z 以外の点で既に 3 色が必要。 z は他の全ての点と隣接しているので 4 色目が必要になる。)