— 幅優先探索、深さ優先探索 —

1　幅優先探索 (Breadth First Search)

現在地から幅広く未探索点を探してゆく探索方法。

アルゴリズム

入力： グラフ G と頂点 v

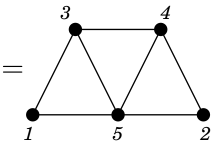
出力： v を根とする幅優先探索木 T

1°　キュー $Q = \{v\}$ を作り、$T = v$（v 一点だけからなる木）とする。

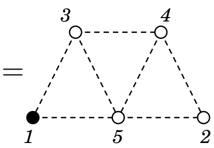
2°　Q の先頭から頂点 x（= 現在地）を取り出し、x に隣接する未探索点の全てを**番号の小さい順に** $y_1, y_2, \cdots, y_s$ とする。（未探索点が無いこともある。）

3°　Q の**後ろに** $y_1, y_2, \cdots, y_s$ をこの順で追加し、T に辺 $xy_1, \cdots, xy_s$ を付加する。

4°　$Q = \emptyset$（空リスト）なら終了。そうでなければ 2° へ戻れ。

例 1　入力を $G =$ 

,　$v = 1$ とする。

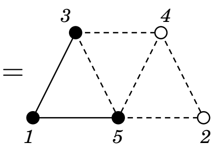
1°　初期値は $Q = \{1\}$,　$T =$ 

.

（黒丸は探索済み、白丸は未探索を表す。）

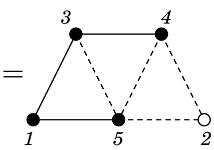
2°　$x = 1$ を取り出したので $Q = \emptyset$.　$x = 1$ に隣接する未探索点は　$y_1 = 3$, $y_2 = 5$ のふたつ。

3°　y_i たちを追加して $Q = \{3, 5\}$ となり、T には辺 13 と 15 を付加して

$T =$ 

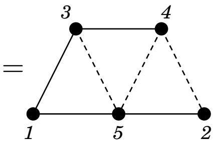
.

2°　$Q = \{5\}$,　$x = 3$,　$y_1 = 4$.

3°　$Q = \{5, 4\}$,　$T =$ 

.

2°　$Q = \{4\}$,　$x = 5$,　$y_1 = 2$.

3° $Q = \{4, 2\}$,　$T =$  .

... 手でやるときは未探索点が無くなったのでここで終了。

2° $Q = \{2\}$,　$x = 4$,　y_i は無し。

3° 何もせず。

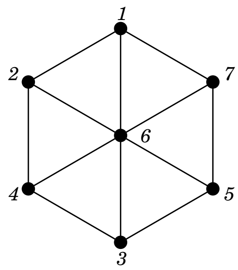
2° $Q = \emptyset$,　$x = 2$,　y_i は無し。

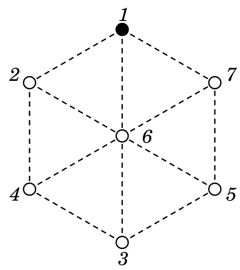
3° 何もせず。

4° $Q = \emptyset$ となったので終了。

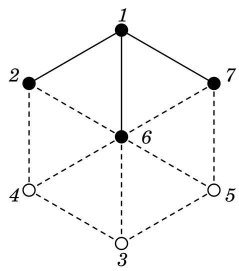
各頂点の探索順 (=キューに追加された順番) と、その親は次のとおり：

探索順	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目
頂点	1	3	5	4	2
親	無し	1	1	3	5

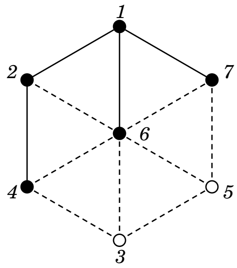
例 2　入力を $G =$  ,　$v = 1$ とする。

1° 初期値は　$Q = \{1\}$,　$T =$  .

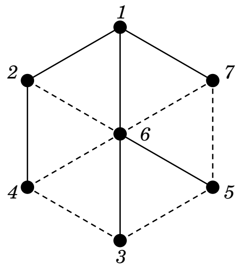
2° $Q = \emptyset$.　$x = 1$,　$y_1 = 2$,　$y_2 = 6$,　$y_3 = 7$.

3° $Q = \{2, 6, 7\}$,　$T =$  .

2° $Q = \{6, 7\}$,　$x = 2$,　$y_1 = 4$.

3° $Q = \{6, 7, 4\}$, $T =$  .

2° $Q = \{7, 4\}$, $x = 6$, $y_1 = 3$, $y_2 = 5$.

3° $Q = \{7, 4, 3, 5\}$, $T =$  .

... 手でやるときは未探索点が無くなったのでここで終了。

2° $Q = \{4, 3, 5\}$, $x = 7$, y_i は無し。

2° $Q = \{3, 5\}$, $x = 4$, y_i は無し。

2° $Q = \{5\}$, $x = 3$, y_i は無し。

2° $Q = \emptyset$, $x = 5$, y_i は無し。

4° $Q = \emptyset$ となったので終了。

各頂点の探索順 (=キューに追加された順番) と、その親は次のとおり：

探索順	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目	7 番目
頂点	1	2	6	7	4	3	5
親	無し	1	1	1	2	6	6

2 深さ優先探索 (Depth First Search)

現在地に隣接する未探索点がある限り先へ先へ探索を進め、隣接点が全て探索済みになったらバックトラックを掛ける探索方法。

アルゴリズム (親リストを用いた記述)

入力： グラフ G と頂点 v

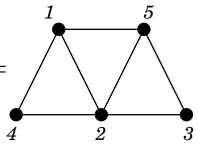
出力： v を根とする深さ優先探索木 T

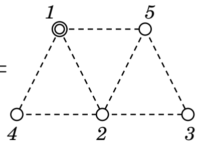
1° 親 (= 直前の探索点) を覚える為のリストを用意し、現在地 x は $x = v, T = v$ (v だけからなる木) とする。

2° x に隣接する未探索点があれば、そのうち番号の一番小さいものを y として 3° へ。そうでなければ 4° へ。

3° y の親に x を登録し、T に辺 xy を付加して、現在地を $x = y$ に進めて 2° へ。

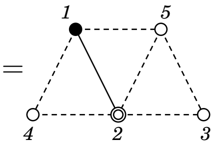
4° $x = v$ ならば終了。そうでなければ x の親を 新 x として 2° へ。(バックトラック)

例 3 入力を $G =$  , $v = 1$ とする。

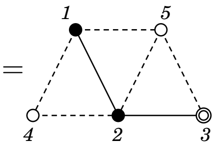
1° 初期値は $T =$  , $x = 1$

(二重丸は現在地、黒丸は探索済み、白丸は未探索を表す。)

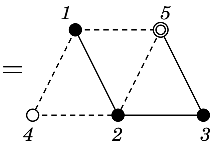
2° $x = 1$ の未探索な隣接点 2, 4, 5 のうち番号が一番若いものは $y = 2$.

3° $T =$  , $x = 2$.

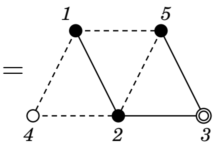
2° $x = 2$ の未探索な隣接点 3, 4, 5 のうち番号が一番若いものは $y = 3$.

3° $T =$  , $x = 3$.

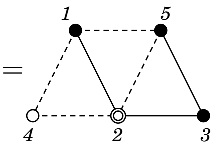
2° $x = 3$ の未探索な隣接点は $y = 5$.

3° $T =$  , $x = 5$.

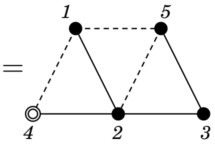
2° $x = 5$ には未探索な隣接点は無い.

4° $x = 3$ へバックトラックし、$T =$  .

2° $x = 3$ には未探索な隣接点は無い.

4° $x = 2$ へバックトラックし、$T =$  .

2° $x = 2$ の未探索な隣接点は $y = 4$.

3° $T =$  , $x = 4$.

... 手でやるときは未探索点が無くなったのでここで終了。

2° $x = 4$ に隣接する未探索点は無い。

4° $x = 2$ へバックトラック。

2° $x = 2$ に隣接する未探索点は無い。

4° $x = 1$ へバックトラック。

2° $x = 1$ に隣接する未探索点は無い。

4° $x = v$ なので終了。

各頂点の探索順と、その親は次のとおり：

探索順	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目
頂点	1	2	3	5	4
親	無し	1	2	3	2

アルゴリズム (スタックを用いた記述)

入力： グラフ G と頂点 v

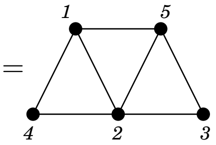
出力： v を根とする深さ優先探索木 T

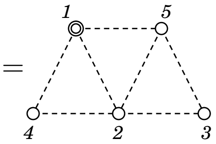
(1) スタック $S = \{v\}$ を用意し、現在地 x は $x = v$、$T = v$ (v だけからなる木) とする。

(2) x に隣接する未探索点があれば、そのうち番号が一番小さいものを y とし (4) へ。

(3) $S = \{v\}$ なら終了。そうでなければ S の先頭要素を除去し、現在地 $x =$ (S の先頭要素) として (2) へ。(バックトラック)

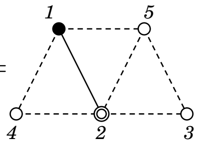
(4) 現在地 $x = y$ とし、S の先頭に y を追加、T には辺 xy を付加して (2) へ。

例 4 例 3 と同じく、入力を $G =$  , $v = 1$ とする。

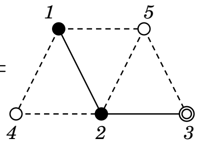
(1) 初期値は $x = 1$, $S = \{1\}$, $T =$  .

(二重丸は現在地、黒丸は探索済み、白丸は未探索を表す。)

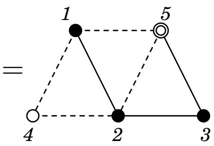
(2) $x = 1$ の未探索な隣接点 2, 4, 5 のうち番号が一番若いものは $y = 2$.

(4)　$x = 2, \quad S = \{\,2,\,1\,\}, \quad T =$  .

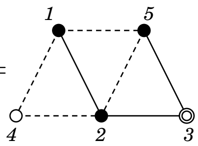
(2)　$x = 2$ の未探索な隣接点 3, 4, 5 のうち番号が一番若いものは $y = 3$.

(4)　$x = 3, \quad S = \{\,3,\,2,\,1\,\}, \quad T =$  .

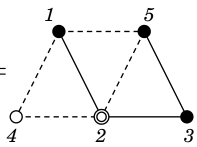
(2)　$x = 3$ の未探索な隣接点は $y = 5$.

(4)　$x = 5, \quad S = \{\,5,\,3,\,2,\,1\,\}, \quad T =$  .

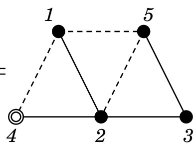
(2)　$x = 5$ に隣接する未探索点は無い。

(3)　$S = \{\,3,\,2,\,1\,\}, \quad x = 2, \quad T =$  .

(2)　$x = 3$ に隣接する未探索点は無い。

(3)　$S = \{\,2,\,1\,\}, \quad x = 2, \quad T =$  .

(2)　$x = 2$ の未探索な隣接点は $y = 4$.

(4)　$x = 4, \quad S = \{\,4,\,2,\,1\,\}, \quad T =$  .

... 手でやるときは未探索点が無くなったのでここで終了。

(2)　$x = 4$ に隣接する未探索点は無い。

(3)　$S = \{\,2,\,1\,\}, \quad x = 2.$

(2)　$x = 2$ に隣接する未探索点は無い。

(3)　$S = \{\,1\,\}$ (根のみ) なので終了。

各頂点の探索順 (=スタックに追加された順番) とその親は、もちろん例 3 と同じになる：

探索順	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目
頂点	1	2	3	4	5
親	無し	1	2	2	4