

応用数学C (塩田)

2006 年 11 月 1 日 発展課題

- 必須ではありませんが、線形代数の復習も兼ねて挑戦してみてください。もちろん正解した諸君には加点があります。
- 特に締切はありません。
- 提出先 情報科学棟 512 号室 (塩田研究室)

定義 3 つの関数 $y_1 = y_1(x)$, $y_2 = y_2(x)$, $y_3 = y_3(x)$ のロンスキアンを、次の 3 次の行列式で定義する：

$$W = W(y_1, y_2, y_3) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' \end{vmatrix}$$

課題 1 $W \neq 0$ (ゼロ関数) であれば、 y_1, y_2, y_3 は一次独立であることを示せ。

課題 2 3 階線形微分方程式

$$y''' + p(x)y'' + q(x)y' + r(x)y = s(x)$$

の基本解 y_1, y_2, y_3 が既知のとき、一般解 y を

$$p, q, r, s, y_1, y_2, y_3, W$$

を用いて表す公式を作れ。

ヒント 授業中に「ここがアイデア」と言ったところをもう一度真似る。